

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 2
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности

с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

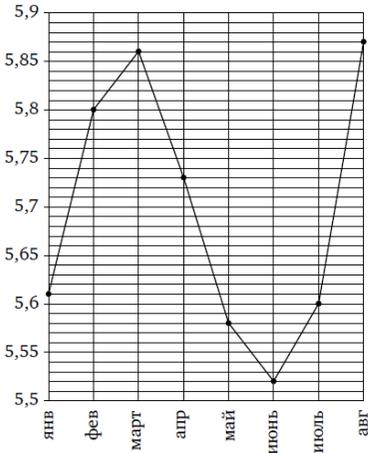
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно

Часть 1

1 Таксист за месяц проехал 5500км. Стоимость 1л бензина – 44 рубля. Средний расход бензина на 100км составляет 9л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Ответ: _____

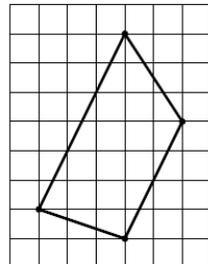
2 На рисунке жирными точками показан среднемесячный курс китайского юаня с января по август 2020 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – цена юаня в рублях. Для наглядности жирные точки соединены ломаной линией.



Определите по рисунку разность между наибольшим и наименьшим курсом юаня за указанный период. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____

3 На клетчатой бумаге с размером клетки $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____

4 Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков чётна?

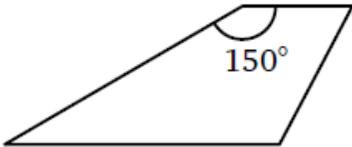
Ответ: _____

5 Решите уравнение.

$$\sqrt{\frac{1}{15 - 4x}} = 0,2$$

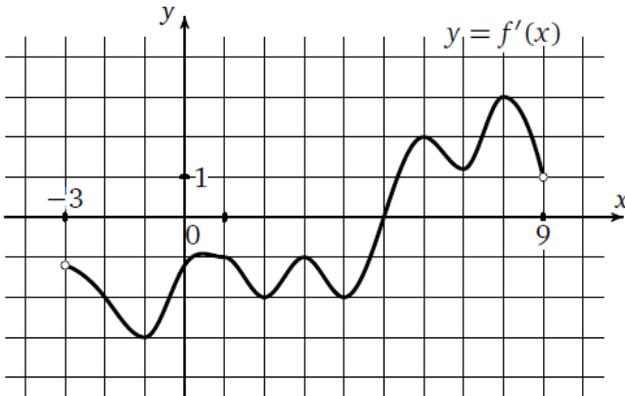
Ответ: _____

6 Основания трапеции равны 2 и 5. Боковая сторона, также равная 5, образует с одним из оснований угол 150° . Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____

7 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 9)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____

8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $9\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Ответ: _____

Часть 2

9 Найдите $\operatorname{tg} \beta$, если $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$ и $\beta \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ответ: _____

10 На рельсах стоит платформа. Скейтбордист прыгает на неё со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью

$$u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha,$$

где $m = 80$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг – масса платформы. Под каким наибольшим углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу до скорости не менее чем $0,25$ м/с?

Ответ: _____

11 Треть времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, вторую треть времени – со скоростью 65 км/ч, а последнюю треть – со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12 Найдите точку минимума функции

$$y = (x^2 - 48x + 48)e^{x-48}.$$

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{8}{(x-1)^2} = 7\left(\frac{x-1}{4} - \frac{2}{x-1}\right) - 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 3]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона AB основания равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $3\sqrt{2}$. На рёбрах BC и $C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причём $CK = 4$, а $C_1 L = 1$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L .

- а) Докажите, что прямая $A_1 C$ перпендикулярна плоскости γ .
 б) Найдите объём пирамиды, вершины которой – точка A_1 , а основание – сечение данной призмы плоскостью γ .

15 Решите неравенство $\log_{\sqrt[9]{8}}\left(\log_{\frac{1}{7}}(x+1)\right) \geq 3$.

16 В трапеции $ABCD$ основания AD и BC . Диагональ AC разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и AB .

- а) Докажите, что луч DB – биссектриса угла ADC .
 б) Найдите AB , если известны длины диагоналей трапеции: $BD = 15$ и $AC = 8,5$.

17 31 декабря 2019 года Александр взял в банке 3276000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Александр переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Александр выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система имеет единственное решение

$$\begin{cases} -x - 3y + 2z = x^2 + 3y^2 \\ x - 3y - 4z = a. \end{cases}$$

19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 13, если сначала по одному разу были написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10?

б) Может ли на доске остаться ровно 2 числа, разность между которыми равна 21, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 140 до 191 включительно?

в) Известно, что на доске осталось ровно 2 числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 140 до 191 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?