

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 1

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности

с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

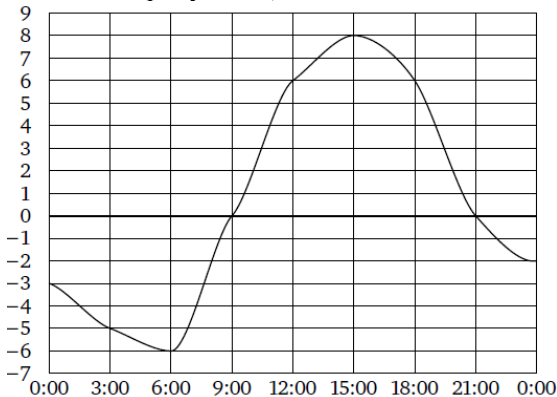
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно

Часть 1

1 Больному прописан курс лекарства, которое нужно принимать по 0,5г 2 раза в день в течение 21 дня. Упаковка содержит 10 таблеток по 0,5г. Какое наименьшее количество упаковок требуется на весь курс лечения?

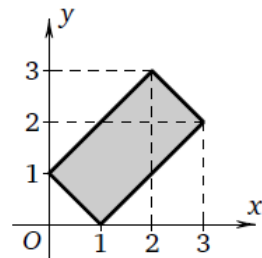
Ответ: _____

2 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры во второй половине суток. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3 На координатной плоскости изображен прямоугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____

4 В случайном эксперименте монету бросили 3 раза. Какова вероятность того, что орел выпал ровно два раза?

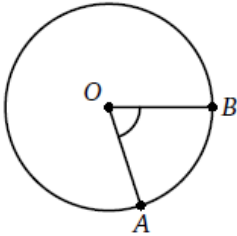
Ответ: _____

5 Решите уравнение. В ответе укажите наибольший отрицательный корень уравнения.

$$\sin \frac{\pi x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

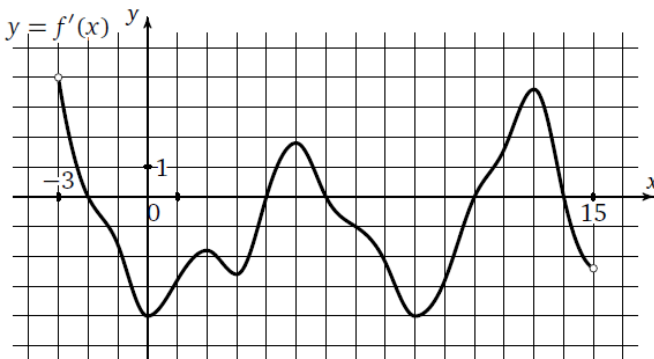
Ответ: _____

6 На окружности с центром O отмечены точки A и B . Большая дуга AB равна 28 см, а меньшая равна 7 см. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



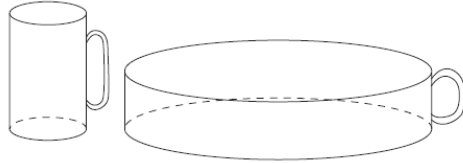
Ответ: _____

7 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 15)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____

8 Первая цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в четыре раза шире. Найдите отношение объема второй кружки к объёму первой.



Ответ: _____

Часть 2

9 Найдите значение выражения

$$8^{5\sqrt{6}-1} \cdot 8^{1-2\sqrt{6}} \cdot 8^{3\sqrt{6}-2}$$

Ответ: _____

10 Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\nu = 4$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа (в джоулях), совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$$

где $\alpha = 9,15$ – постоянная, $T = 300\text{К}$ – температура воздуха, p_1 (атм) – начальное давление, а p_2 (атм) – конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 (в атм) можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 10980 Дж?

Ответ: _____

11 Смешав 40-процентный и 70-процентный растворы кислоты и добавив 20кг чистой воды, получили 41-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 20кг воды добавили 20кг 60-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 53-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 40-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x + \frac{800}{x} + 11$$

на отрезке $[0,5; 30]$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 Основание пирамиды $SABCD$ – четырехугольник $ABCD$.

Точки M , N и K – середины рёбер SC , AB и BC соответственно.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью MNK .

б) Найдите угол между плоскостями MNK и $ABCD$, если пирамида правильная, а её высота вдвое больше диагонали основания.

15 Решите неравенство

$$0,04^x \cdot 2^{x^2} + 5^{x^2} \cdot 2^x \leq 10^{x^2} + 0,08^x$$

16 Диагонали трапеции перпендикулярны боковым сторонам.

а) Докажите, что трапеция равнобедренная.

б) Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 10 и 26.

17 31 декабря 2018 года бизнесмен взял в банке кредит на 3 года под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: до 31 ноября каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 10%), затем до истечения этого же платежного периода (т.е. по 31 декабря того же года) бизнесмен переводит в банк определенную (одну и ту же для каждого года) сумму ежегодного платежа. Какой была сумма кредита (в рублях), если сумма ежегодного платежа составила 2662000 рублей?

18 Найдите все значения параметра a , для каждого из которых имеет не менее семи решений система уравнений

$$\begin{cases} (3a^2 - 13a)x + 8y = 3a^2 - 16a - 8 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases}$$

19 Конечная возрастающая последовательность a_1, a_2, \dots, a_n состоит из $n \geq 3$ различных натуральных чисел, причем при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство $5a_{k+2} = 6a_{k+1} - a_k$.

а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$.

б) Может ли в такой последовательности при некотором $n \geq 3$ выполняться равенство $4a_n = 5a_2 - a_1$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_1 , если $a_n = 286$?